s−d 相互作用の lower divergent term の起源について(Ⅱ)

— spin の quantum fluctuation の影響 —

東大理　川 村　　清

(6月5日受理)

§1. Introduction

前の論文[1)](今後Iと書く)で筆者は,s−d Hamiltonian で局在 spin と相互作用している伝導電子の splf − energy part について新しい計算法を提案した。そうして,Abrikosov の求めた式[2)]が spin の quantum fluctuation の一部を取り入れることによって求められることを示した。この論文では spin の quantum fluctuation について,next divergent term まで厳密に計算する。(ここで言葉の定義をはっきりさせておく。self − energy part $\Sigma_{p\uparrow}(\varepsilon)$ をJで展開して,J^n の係数のうち,$(\log|\varepsilon|)^{n-2}$ に比例する項を," most divergent term ",$(\log|\varepsilon|)^{n-3}$ に比例する項を" next divereent term ",$(\log|\varepsilon|)^{n-4}$ に比例する項を" second order term "と称することにしよう。)

§2. 低次の式の計算

Sell − energy part を(J/N)でべき展開したとき,$(J/N)^m$ に比例する項は $\Sigma_{p\uparrow}^{(m)}(i\varepsilon)$ と書くことにする。Iの(2.8)から

$$\Sigma_{p\uparrow}^{(1)}(i\varepsilon) = 0$$

$$\Sigma_{p\uparrow}^{(2)} = -N_i(J/N)^2 T\Sigma_{\varepsilon_1}\Sigma_{p_1} \ll (S\cdot\sigma)(\varepsilon-\varepsilon_1),(S\cdot\sigma)(\varepsilon_1-\varepsilon)\gg \times (i\varepsilon_1-\varepsilon_{p_1})^{-1}$$

$$\Sigma^{(3)}_{p\uparrow} = -N_i(-J/N)^3 T^2 \Sigma_{\varepsilon_1\varepsilon_2}\Sigma_{p_1p_2}(i\varepsilon_1-\varepsilon_{p_1})^{-1}(i\varepsilon_2-\varepsilon_{p_2})^{-1}$$
$$\times \ll (S\cdot\sigma)_{\uparrow\alpha}(\varepsilon-\varepsilon_1),\ (S\cdot\sigma)_{\alpha\beta}(\varepsilon_1-\varepsilon_2),$$
$$(S\cdot\sigma)_{\beta\uparrow}(\varepsilon_2-\varepsilon) \gg \qquad (2.1)$$

〔H，(S・σ)〕を無視するかぎり

$$\ll (S\cdot\sigma)(\varepsilon-\varepsilon_1),\ (S\cdot\sigma)(\varepsilon_1-\varepsilon) \gg$$
$$= -T^{-1}\,S(S+1)\,\delta_{\varepsilon,\varepsilon_1} \qquad (2.2)$$

だから

$$\Sigma^{(2)}_{p\uparrow} = +N_i(J/N)^2 S(S+1)\,\Sigma_{p'}(i\varepsilon-\varepsilon_{p'})^{-1}$$
$$= -\pi i\rho\ \mathrm{sign}(\varepsilon)\,N_i(J/N)^2 S(S+1) \qquad (2.3)$$

ここで

$$\Sigma_p(i\varepsilon-\varepsilon_p)^{-1} = -\pi i\rho\ \mathrm{sign}(\varepsilon) \qquad (2.4)$$

を使った。われわれは，s－電子の band は，$-D\leqq\varepsilon_p\leqq D$ で一定の state density ρ をもつものと仮定した。I で示したように

$$\ll S_1(\varepsilon-\varepsilon_1),\ S_2(\varepsilon_1-\varepsilon_2),\ S_3(\varepsilon_2-\varepsilon) \gg$$
$$= -2S(S+1)\,T^{-1}\left[(i\varepsilon-i\varepsilon_1)^{-1}\delta_{\varepsilon,\varepsilon_2}+(i\varepsilon-i\varepsilon_2)^{-1}\delta_{\varepsilon,\varepsilon_1}\right.$$
$$\left.-(i\varepsilon-i\varepsilon_1)^{-1}\delta_{\varepsilon_1,\varepsilon_2}\right] \qquad (2.5)$$

(2.5) の両辺に $(i\varepsilon_1-\varepsilon_{p_1})^{-1}(i\varepsilon_2-\varepsilon_{p_2})^{-1}$ をかけて p_1，p_2 で和をとると，

$$\Sigma^{(3)}_{p\uparrow} = +N_i(-J/N)^3\,2S(S+1)$$
$$\times\ \left[T\Sigma_{\varepsilon_1}\Sigma_{p_1p_2}(i\varepsilon-i\varepsilon_2)^{-1}(i\varepsilon_1-\varepsilon_{p_1})^{-1}(i\varepsilon-\varepsilon_{p_2})^{-1}(1-\delta_{\varepsilon_1\varepsilon})\right.$$
$$+T\Sigma_{\varepsilon_2}\Sigma_{p_1p_2}(i\varepsilon-i\varepsilon_2)^{-1}(i\varepsilon_2-\varepsilon_{p_2})^{-1}(i\varepsilon-\varepsilon_{p_1})^{-1}(1-\delta_{\varepsilon_2\varepsilon})$$

$$- T\Sigma_{\varepsilon_1}\Sigma_{p_1 p_2}(i\varepsilon - i\varepsilon_1)^{-1}(\varepsilon_{p_1}-\varepsilon_{p_2})^{-1}(i\varepsilon_1-\varepsilon_{p_1})^{-1}(1-\delta_{\varepsilon_1\varepsilon})$$

$$- T\Sigma_{\varepsilon_2}\Sigma_{p_1 p_2}(i\varepsilon - i\varepsilon_2)^{-1}(\varepsilon_{p_2}-\varepsilon_{p_1})^{-1}(i\varepsilon_2-\varepsilon_{p_2})^{-1}(1-\delta_{\varepsilon_2\varepsilon})\,]$$

$$= N_i(-J/N)^3\, 4\, S(S+1)$$

$$\times \Sigma_{p_1 p_2}(i\varepsilon-\varepsilon_{p_2})^{-1}(\varepsilon_{p_2}-\varepsilon_{p_1})^{-1} T\Sigma_{\varepsilon_1}(i\varepsilon_1-\varepsilon_{p_1})^{-1}(1-\delta_{\varepsilon\varepsilon_1}) \qquad (2.6)$$

ここで最後の式で ε_1 についての和は $|\varepsilon_1| \to \infty$ の所の寄与が発散する形をしているが，それは，最後の等号が厳密ではないのである。

もともとは，

$$T\Sigma_{\varepsilon_1}(i\varepsilon-i\varepsilon_1)^{-1}(i\varepsilon_1-\varepsilon_{p_1})^{-1}$$

$$= (i\varepsilon-\varepsilon_{p_1})^{-1}\{T\Sigma_{\varepsilon_1}[(i\varepsilon-i\varepsilon_1)^{-1} + (i\varepsilon_1-\varepsilon_{p_1})^{-1}]$$

という形で ε_1 についての和は収斂したものを単独には収斂しない２つの項に分けたものである。そこで，（2.6）の和は収斂するものという条件つきで，最後の等号は成りたっている。$\mathbf{p}_1 = \mathbf{p}_2$ の所も，さかのぼれば，積分の主値をとるという条件をつけておかなくてはならない。そこで（2.6）は，o（T／D）の量を無視して，

$$\Sigma^{(3)}_{p\uparrow}(i\varepsilon) = - N_i(J/N)^3\, 4\, S(S+1)$$

$$\times \Sigma_{p_1 p_2}(i\varepsilon-\varepsilon_{p_2})^{-1}(\varepsilon_{p_2}-\varepsilon_{p_1})^{-1}\frac{1}{2}\mathrm{th}(\varepsilon_{p_1}/2T)$$

$$= - N_i(J/N)^3\, 4\, S(S+1)\Sigma_{p_1}(i\varepsilon-\varepsilon_{p_1})^{-1} g(\varepsilon_{p_1}) \qquad (2.7)$$

ここで

$$g(\varepsilon) = \pi\rho \int_{-D}^{D} P(\varepsilon-\varepsilon')^{-1}\frac{1}{2}\mathrm{th}(\varepsilon'/2T)\,d\varepsilon' \qquad (2.8)$$

（2.7）で $i\varepsilon \to \varepsilon + i\delta$ とおいて real part は ε/D の order 故無視すると，

$$\Sigma_{p\uparrow}^{(3)}(\varepsilon+i\delta) = N_i(J/N)^3\, 4\,S(S+1)\,\pi i \rho\, g(\varepsilon) \qquad (2.9)$$

となって，特に $T=0$ で

$$g(\varepsilon) \propto \log|\varepsilon/D|$$

で，Abrikosov の式に一致する。[2)] しかし，ここで二つの式の一致ということは少し深い意味がある。というのは，"most divergent term" の範囲で（2.9）が出たのではなく，$o(J^3)$ で（2.9）は厳密だということである。たとえば complex energy plane で見て，

$$\Sigma_{p\uparrow}^{(3)}(z) = N_i(J/N)^3\, 4\,S(S+1)\,g'(z)$$

$$g'(z) = \frac{1}{2}\rho^2\left\{\int_{-D}^{D} d\varepsilon'(z-\varepsilon')^{-1}\right\}\left\{\int_{-D}^{D} d\varepsilon''(z-\varepsilon'')^{-1}\,\mathrm{th}(\varepsilon''/2T)\right\} \qquad (2.10)$$

という関数で $z\to\varepsilon+i\delta$ とした時の most divergent term も（2.9）と一致する。（2.9）は，対数関数の虚部を含めて成立する式である。いいかえれば，"next divergent term" を含めて（2.9）は正しい。

次に $\Sigma_{p\uparrow}^{(4)}(\varepsilon+i\delta)$ を計算しよう。

$$\begin{aligned}
&\langle\langle S_1(\varepsilon-\varepsilon_1),\ S_2(\varepsilon_1-\varepsilon_2),\ S_3(\varepsilon_2-\varepsilon_3),\ S_4(\varepsilon_3-\varepsilon)\rangle\rangle \\
&= (i\varepsilon_3-i\varepsilon_2)^{-1}\,[\,2\langle\langle S_1(\varepsilon-\varepsilon_1),\ S_2(\varepsilon_1-\varepsilon_3),\ S_3(\varepsilon_3-\varepsilon)\rangle\rangle \\
&- 2\langle\langle S_1(\varepsilon-\varepsilon_1),\ S_2(\varepsilon_1-\varepsilon_2),\ S_3(\varepsilon_2-\varepsilon)\rangle\rangle \\
&- \langle\langle S_2(\varepsilon-\varepsilon_1+\varepsilon_2-\varepsilon_3),\ S_1(\varepsilon_1-\varepsilon_2),\ S_3(\varepsilon_3-\varepsilon)\rangle\rangle \\
&- \langle\langle S_1(\varepsilon-\varepsilon_1+\varepsilon_2-\varepsilon_3),\ S_2(\varepsilon_1-\varepsilon_2),\ S_3(\varepsilon_3-\varepsilon)\rangle\rangle\,](1-\delta_{\varepsilon_1\varepsilon_2}) \\
&- \delta_{\varepsilon_3,\varepsilon_2}\sum_{\varepsilon_3\neq\varepsilon_2}(i\varepsilon_3-i\varepsilon_2)^{-1}[\cdots\cdots]
\end{aligned} \qquad (2.11)$$

（2.1 1）で $\delta_{\varepsilon\varepsilon_3}\,\delta_{\varepsilon\varepsilon_2}$ に比例する項はおとしてある。ところで，（2.1 1）の 4 つの spin Green 関数のうち，最後の 2 つは，commutator をとると消えるから，不要である。そこで次の式を得る。

$$T^3\Sigma_{\varepsilon_1\varepsilon_2\varepsilon_3}(i\varepsilon_1-\varepsilon_{p_1})^{-1}(i\varepsilon_2-\varepsilon_{p_2})^{-1}(i\varepsilon_3-\varepsilon_{p_3})^{-1}$$
$$\times \ll S_1(\varepsilon-\varepsilon_1),\ S_2(\varepsilon_1-\varepsilon_2),\ S_3(\varepsilon_2-\varepsilon_3),\ S_4(\varepsilon_3-\varepsilon)\gg$$
$$=2T^3\Sigma_{\varepsilon_1\varepsilon_2\varepsilon_3}(i\varepsilon_1-\varepsilon_{p_1})^{-1}(i\varepsilon_2-\varepsilon_{p_2})^{-1}(i\varepsilon_3-\varepsilon_{p_3})^{-1}$$
$$\times\ [(i\varepsilon_3-i\varepsilon_2)^{-1}\ll S_1(\varepsilon-\varepsilon_1),\ S_2(\varepsilon_1-\varepsilon_3),\ S_3(\varepsilon_3-\varepsilon)\gg$$
$$+(i\varepsilon_2-i\varepsilon_3)^{-1}\ll S_1(\varepsilon-\varepsilon_1),\ S_2(\varepsilon_1-\varepsilon_2),\ S_3(\varepsilon_2-\varepsilon)\gg]$$
$$-2T^3\Sigma_{\varepsilon_1,\varepsilon_2}(i\varepsilon_1-\varepsilon_{p_1})^{-1}(i\varepsilon_2-\varepsilon_{p_2})^{-1}(i\varepsilon_2-\varepsilon_{p_3})^{-1}$$
$$\times\ \Sigma_{\varepsilon_3\neq\varepsilon_2}(i\varepsilon_3-i\varepsilon_2)^{-1}\ll S_1(\varepsilon-\varepsilon_1),S_2(\varepsilon_1-\varepsilon_3),S_3(\varepsilon_3-\varepsilon)\gg$$
$$=-12S(S+1)(i\varepsilon-\varepsilon_{p'})^{-1}$$
$$\times\ \{T\Sigma_{\varepsilon'\neq\varepsilon}(i\varepsilon'-\varepsilon_{p''})^{-1}(\varepsilon_{p'}-\varepsilon_{p''})^{-1}\}^2$$

故に

$$\Sigma^{(4)}_{p\uparrow}(\varepsilon+i\delta)=-N_i(-J/N)^4\,12S(S+1)$$
$$\times\ \pi i\rho\,[g(\varepsilon)]^2 \qquad (2.12)$$

（2.1 2）は厳密であることに注意しよう。

§3．"non－parquet" term の評価

$\Sigma^{(5)}_{p\uparrow}(\varepsilon)$ を計算すると，となりあった spin operator 同志の commutator の他に，Ｉの（2.9）で"他の commutator を含む項"と書いた項が残って来る。

$$(i\varepsilon_2-i\varepsilon_3)\ll S_1(\varepsilon-\varepsilon_1),\ S_2(\varepsilon_1-\varepsilon_2),\ S_3(\varepsilon_2-\varepsilon_3),$$

$$S_4(\varepsilon_3-\varepsilon_4),\ S_5(\varepsilon_4-\varepsilon) \gg$$

$$= 2 \ll S_1(\varepsilon-\varepsilon_1),\ S_2(\varepsilon_1-\varepsilon_3),\ S_3(\varepsilon_3-\varepsilon_4),\ S_4(\varepsilon_4-\varepsilon) \gg$$

$$- 2 \ll S_1(\varepsilon-\varepsilon_1),\ S_2(\varepsilon_1-\varepsilon_2),\ S_3(\varepsilon_2-\varepsilon_4),\ S_4(\varepsilon_4-\varepsilon) \gg$$

$$+ \ll [S_3,\ S_1](\varepsilon-\varepsilon_1+\varepsilon_2-\varepsilon_3),\ S_2(\varepsilon_1-\varepsilon_2),$$

$$S_4(\varepsilon_3-\varepsilon_4),\ S_5(\varepsilon_4-\varepsilon) \gg$$

$$+ \ll S_1(\varepsilon-\varepsilon_1),\ S_2(\varepsilon_1-\varepsilon_2),\ S_4(\varepsilon_3-\varepsilon_4),$$

$$[S_3,\ S_5](\varepsilon_2-\varepsilon_3+\varepsilon_4-\varepsilon) \gg \qquad (3.1)$$

（3.1）の右辺第一項と第二項は，§2の結果を使って簡単に計算出来る。右辺第3項，第4項は，全く対称型故，第3項のみを考えよう。Iの（3.3）を使って，

（3.1）の右辺第3項

$$= - \ll S_1(\varepsilon-\varepsilon_1+\varepsilon_2-\varepsilon_3),\ S_2(\varepsilon_1-\varepsilon_2),\ S_3(\varepsilon_3-\varepsilon_4),\ \cdots \gg$$

$$- \ll S_2(\qquad 〃 \qquad),\ S_1(\quad 〃 \quad),\ \cdots\cdots\cdots \gg$$

$$= (i\varepsilon_1-i\varepsilon_2)^{-1}[- \ll S_1(\varepsilon-\varepsilon_1+\varepsilon_2-\varepsilon_3),\ S_2(\varepsilon_1-\varepsilon_2+\varepsilon_3-\varepsilon_4),$$

$$S_3(\varepsilon_4-\varepsilon) \gg$$

$$+ \ll S_2(\varepsilon-\varepsilon_1+\varepsilon_2-\varepsilon_3),\ S_1(\varepsilon_1-\varepsilon_2+\varepsilon_3-\varepsilon_4),\ S_\varepsilon(\varepsilon_4-\varepsilon) \gg$$

$$- \ll S_2(\qquad 〃 \qquad),\ S_3(\varepsilon_3-\varepsilon_4),\ S_1(\varepsilon_1-\varepsilon_2+\varepsilon_4-\varepsilon) \gg$$

$$- \ll S_3(\qquad 〃 \qquad),\ S_1(\quad 〃 \quad),\ S_2(\qquad 〃 \qquad) \gg]$$

$$= 4(i\varepsilon_1-i\varepsilon_1)^{-1}(i\varepsilon_4-i\varepsilon_3+i\varepsilon_2-i\varepsilon_1)^{-1}\ S(S+1)\,T^{-1}$$

$$\times\ [\delta_{\varepsilon,\varepsilon_4} - \delta_{\varepsilon-\varepsilon_1,\varepsilon_3-\varepsilon_2}]$$

$$+4(i\varepsilon_1-i\varepsilon_2)^{-1}(i\varepsilon_4-i\varepsilon_3)^{-1}S(S+1)T^{-1}$$
$$\times\left[\delta_{\varepsilon-\varepsilon_1,\ \varepsilon_3-\varepsilon_2}-\delta_{\varepsilon-\varepsilon_1,\ \varepsilon_4-\varepsilon_2}\right] \quad (3.2)$$

したがって（3.1）の左辺の5体の spin Green 関数に対する（3.1）右辺第一項からの寄与は，

$$(i\varepsilon_2-i\varepsilon_3)^{-1}(i\varepsilon_1-i\varepsilon_2)^{-1}(i\varepsilon-i\varepsilon_3+i\varepsilon_2-i\varepsilon_1)^{-1}\delta_{\varepsilon\ \varepsilon_4}$$
$$+(i\varepsilon_2-i\varepsilon_3)^{-1}(i\varepsilon_4-i\varepsilon)^{-1}(i\varepsilon_4-i\varepsilon_3)^{-1}\delta_{\varepsilon-\varepsilon_1,\varepsilon_3-\varepsilon_2}$$
$$+(i\varepsilon_2-i\varepsilon_3)^{-1}(i\varepsilon_3-i\varepsilon_4)^{-1}(i\varepsilon_3-i\varepsilon_4)^{-1}\delta_{\varepsilon-\varepsilon_1,\varepsilon_4-\varepsilon_2} \quad (3.3)$$

これから self－energy part への寄与は，sign(ε_1) sign(ε_2) sign (ε_3) sign(ε_4) をかけて，$\varepsilon_1,\cdots,\varepsilon_4$ について，－D から D まで和をとって与えられる。その代りに $\varepsilon_i=x_i\pi iT$ によって変数 x_i を導入し，－D／T から D／T の間で和をとってもよい。（3.3）で explicit に書かなかったが，分母が zero にならないところだけを拾っているのであることに注意すると，（3.3）は，有限の x_i の値に対しては何の singularity もない。

この積分が singular な振舞をするとすれば積分の上限｜D／T｜が大きいために発散することであるが，（3.3）の各項とも，少くとも一つの変数については，その変数の大きいところで二乗分の一で小さくなっているから，少くとも一つの変数については積分可能である。すなわち，Kronecker δ を考慮すると，3つの積分変数があるが，そのうちのひとつの積分は，non－singular で，（3.1）の右辺第1第2項が〔$\log$（T／D）〕^{3} を出すのに比較して，たかだか next divergent term である。

更に，（3.3）は second order term にしかきかないことが判る。例えば（3.3）の第一項を ε_3 について和をとると，

$$(i\varepsilon_1-i\varepsilon_2)^{-1}(i\varepsilon-i\varepsilon_1)^{-1}\left[\log(i\varepsilon_2)-\log(i\varepsilon-i\varepsilon_2-i\varepsilon_1)\right]$$

に比例する量を与えるが，これはなお ε_2 についても，ε_1 についての積分可

能である。したがって，少くともこの変数については，積分可能故，Iの（2.9）に出て来た“他の commutator”を“含む項”は，たかだか second order である。このことは，より高次の spin Green function についてもいえる。というのは，上の議論は，energy variablc の性質は，（3.1）の main term とは異なり，commutator をとった時に，Green 関数の argument から消えないという性質のみに依存するからである。

変数の出方を調べると，Iの（2.9）の“他の commutator を含む項”というのは Abrikosov[2)] の“non－parquet”diagram に相当している。そこで，われわれは，Iの（2.9）の“他の commutator を含む項”を non－parquet term と呼ぶことにしよう。そこでこの節でいえたことは，“non－parquet term”は，たかだか second order であるということである。

§4. Parquet Term の計算

non－parquet term は，たかだか second order term にしか寄与しないのだから，spin の quantum fluctuation からの寄与を，next divergent term まで計算するには，次の漸化式で十分である。

$$
\begin{aligned}
&S^{(1)}_{\uparrow\uparrow}(\varepsilon, \varepsilon_1, \cdots\cdots, \varepsilon_n)\\
&= \langle\langle S_1(\varepsilon-\varepsilon_1), S_2(\varepsilon_1-\varepsilon_2), \cdots, S_n(\varepsilon_{n-1}-\varepsilon_n), S_{n+1}(\varepsilon_n-\varepsilon) \rangle\rangle\\
&= 2(i\varepsilon_n - i\varepsilon_{n-1})^{-1}(1-\delta_{\varepsilon_n \varepsilon_{n-1}})\\
&\quad\times \left[S^{(1)}_{\uparrow\uparrow}(\varepsilon, \varepsilon_1, \cdots, \varepsilon_{n-2}, \varepsilon_n)\right.\\
&\quad\left. - S^{(1)}_{\uparrow\uparrow}(\varepsilon, \varepsilon_1, \cdots, \varepsilon_{n-2}, \varepsilon_{n-1}) \right]\\
&\quad - 2\sum_{\varepsilon_n \neq \varepsilon_{n-1}} (i\varepsilon_n - i\varepsilon_{n-1})^{-1} S^{(1)}_{\uparrow\uparrow}(\varepsilon, \varepsilon_1, \cdots, \varepsilon_{n-2}, \varepsilon_n)
\end{aligned}
\tag{4.1}
$$

この両辺に $(i\varepsilon_1-\varepsilon_{p_1})^{-1}(i\varepsilon_2-\varepsilon_{p_2})^{-1}\cdots(i\varepsilon_n-\varepsilon_{p_n})^{-1}$ をかけて

$$T^n \Sigma_{\varepsilon_1} \Sigma_{\varepsilon_2} \cdots\cdots \Sigma_{\varepsilon_n}$$

を operate すると，次の式を得る。

$$T\Sigma_{\varepsilon_n}(i\varepsilon_n-\varepsilon_{p_n})^{-1}\ S^{(1)}_{\uparrow\uparrow}(\varepsilon,\varepsilon_n,n-1)$$

$$= 2T^2\Sigma_{\varepsilon_n}\Sigma_{\varepsilon_{n-1}\neq\varepsilon_n}(i\varepsilon_n-i\varepsilon_{n-1})^{-1}(i\varepsilon_n-\varepsilon_{p_n})^{-1} \times (i\varepsilon_{n-1}-\varepsilon_{p_{n-1}})^{-1}\ S^{(1)}_{\uparrow\uparrow}(\varepsilon,\varepsilon_n,n-2)$$

$$+ 2T^2\Sigma_{\varepsilon_{n-1}}\Sigma_{\varepsilon_n\neq\varepsilon_{n-1}}(i\varepsilon_{n-1}-i\varepsilon_n)^{-1}(i\varepsilon_n-\varepsilon_{p_n})^{-1} \times (i\varepsilon_{n-1}-\varepsilon_{p_{n-1}})^{-1}\ S^{(1)}_{\uparrow\uparrow}(\varepsilon,\varepsilon_{n-1},n-2)$$

$$- 2T^2\Sigma_{\varepsilon_n}\Sigma_{\varepsilon_{n-1}\neq\varepsilon_n}(i\varepsilon_{n-1}-\varepsilon_{p_n})^{-1}(i\varepsilon_{n-1}-\varepsilon_{p_{n-1}})^{-1} \times (i\varepsilon_n-i\varepsilon_{n-1})^{-1}\ S^{(1)}_{\uparrow\uparrow}(\varepsilon,\varepsilon_n,n-2) \quad (4.2)$$

ここで

$$S^{(1)}_{\uparrow\uparrow}(\varepsilon,\varepsilon',m) \equiv T^m\Sigma_{\varepsilon_1\cdots\varepsilon_m}\ S^{(1)}_{\uparrow\uparrow}(\varepsilon,\varepsilon_1,\cdots,\varepsilon_m,\varepsilon') \times (i\varepsilon_1-\varepsilon_{p_1})^{-1}\cdots(i\varepsilon_m-\varepsilon_{p_m})^{-1} \quad (4.3)$$

（4.2）の解は，次の形をしている。

$$T\Sigma_{\varepsilon_n}(i\varepsilon_n-\varepsilon_{p_n})^{-1}\ S^{(1)}_{\uparrow\uparrow}(\varepsilon,\varepsilon_n;n-1)$$

$$= 2^{n-1}\sum_{k=1}^{n}\{T\Sigma_{\varepsilon_k}(i\varepsilon_k-\varepsilon_{p_k})^{-1}\} \times \prod_{j=1}^{n}{}^{(k)}\{\Sigma_{\varepsilon_j\neq\varepsilon_k}(i\varepsilon_j-\varepsilon_{p_j})^{-1}(\varepsilon_{p_k}-\varepsilon_{p_j})^{-1}S^{(1)}(\varepsilon,\varepsilon_k;0)\} \quad (4.4)$$

低次の項は既に証明してある。

$$T\Sigma_{\varepsilon_n}(i\varepsilon_n-\varepsilon_{p_n})^{-1}\, S^{(1)}_{\uparrow\uparrow}(\varepsilon,\varepsilon_n,n-2)$$

$$=2^{n-2}\sum_{k=1}^{n-2}\{\qquad\}\prod_{j=1}^{n}{}^{(k,n-1)}\{\qquad\}$$

$$+\,2^{n-2}T\Sigma_{\varepsilon_n}(i\varepsilon_n-\varepsilon_{p_n})^{-1}\,S^{(1)}(\varepsilon,\varepsilon_n,0)$$

$$\times\prod_{j=1}^{n-2}\{T\Sigma_{\varepsilon_j\neq\varepsilon_k}(i\varepsilon_j-\varepsilon_{p_j})^{-1}(\varepsilon_{p_n}-\varepsilon_{p_j})^{-1}\qquad (4.5)$$

及びnとn－1をいれかえたものを（4.2）の右辺に代入する。そうすると，（4.5）の右辺第二項と，n⟷n－1のおきかえをやった項は，

$$2^{n-1}T\Sigma_{\varepsilon_n}(i\varepsilon_n-\varepsilon_{p_n})^{-1}\ S^{(1)}(\varepsilon,\varepsilon_n,0)$$

$$\times\prod_{j=1}^{n-1}\{\Sigma_{\varepsilon_j\neq\varepsilon_k}(i\varepsilon_j-\varepsilon_{p_j})^{-1}(\varepsilon_{p_n}-\varepsilon_{p_j})^{-1}\}\qquad (4.6)$$

及びn⟷n－1とおきかえたものになることはすぐ判る。（4.5）の第一項に対応する項は，

$$2^{n-1}\sum_{k=1}^{n-2}\{T\Sigma_{\varepsilon_k}(i\varepsilon_k-\varepsilon_{p_k})^{-1}\}\ S^{(1)}(\varepsilon,\varepsilon_k;0)$$

$$\times\prod_{j=1}^{n-2}{}^{(k)}\{T\Sigma_{\varepsilon_j\neq\varepsilon_k}(i\varepsilon_j-\varepsilon_{p_j})^{-1}(\varepsilon_{p_k}-\varepsilon_{p_j})^{-1}\}$$

$$\times\ [\,(\varepsilon_{p_n}-\varepsilon_{p_{n-1}})^{-1}T\Sigma_{\varepsilon_{n-1}\neq\varepsilon_k}(i\varepsilon_{n-1}-\varepsilon_{p_{n-1}})^{-1}$$

$$\times\ T\Sigma_{\varepsilon_n\neq\varepsilon_k}(i\varepsilon_n-\varepsilon_{p_n})^{-1}(\varepsilon_{p_k}-\varepsilon_{p_n})^{-1}$$

$$+\ (n\longleftrightarrow n-1)\,]$$

$$=\ 2^{n-1}\sum_{k=1}^{n-2}\{T\Sigma_{\varepsilon_k}(i\varepsilon_k-\varepsilon_{p_k})^{-1}\}\ S^{(1)}(\varepsilon,\varepsilon_k,0)$$

$$\times\prod_{j=1}^{n}{}^{(k)}\{T\Sigma_{\varepsilon_j\neq\varepsilon_k}(i\varepsilon_j-\varepsilon_{p_j})^{-1}(\varepsilon_{p_k}-\varepsilon_{p_j})^{-1}\}$$

(4.7)

（4.6）と（4.7）をあわせると，（4.4）になる。Q. E. D. そこで，（4.4）から，self－energy part への寄与は，

$$\Sigma_{p\uparrow}^{(n+1)}(i\varepsilon) = -N_i(-J/N)^n$$

$$\times \Sigma_{p_1 \cdots p_n} T\Sigma_{\varepsilon_n}(i\varepsilon_n - \varepsilon_{p_n})^{-1} S_{\uparrow\uparrow}^{(1)}(\varepsilon, \varepsilon_n; n-1)$$

$$= -N_i(-J/N)^n S(S+1)\rho\int_{-D}^{D} d\varepsilon_{p'}(i\varepsilon - \varepsilon_{p'})^{-1}$$

$$\times (n-1)\{2g(\varepsilon_p')\}^{n-1} \qquad (4.8)$$

あるいは，n について和をとると，

$$\Sigma_{p\uparrow}(z) = -N_i(-J/N)^2 S(S+1)\rho\int_{-D}^{D} d\varepsilon'(z-\varepsilon')^{-1}$$

$$\times [1-(2J\rho/N)g(\varepsilon')]^2 \qquad (4.9)$$

特に，T＝0 で

$$\Sigma_{p\uparrow}(\varepsilon + i\delta) = -N_i(J/N)^2 S(S+1)\pi i\rho$$

$$\times [1-(2J\rho/N)\log|\varepsilon/D|]^2 \qquad (4.10)$$

を得る。何度もくり返すが（4.10）は，spin の quantum fluctuation の効果をとり入れた範囲で，next divergent term まで正しい。

§5. 結　論

この論文ではⅠで提案した方法を使って，spin の quantum fluctuation の self－energy part に対する影響をしらべた。Ⅰで作った漸化式のうち，“parquet term”を残した（4.1）は厳密に解けて（4.9）を与える。“non－parquet term”は，たかだか second order である。

ここで注意すべきことは，$[H, S] \neq 0$ とすると，この項も next divergent term を与えそうだということである。[3] したがって，われわれは，s－電子の self－energy part を next divergent term まで完

全にとりいれたというわけではない。

ところで，“parquet diagram”という言葉は，Abrikosov[2)]の借りものであるが，Suhl[4)]の近似の概念でいうと，われわれの結果はどのようなものであろうか。Suhl は Chew－Low equation において，中間状態として，一電子状態のみを仮定した。このことは，われわれの言葉でいうと，次のようにいえる。まず $[H, S] \neq 0$ とすると，中間状態に electron－hole pair が出来るから，これを無視したことはすぐ判る。そのつぎに non－parquet diagram もおとす。これらの項は，energy 分母の形，あるいは Kronecker δ の形を見ると判るように，三つ以上の energy variables が現われることによって，Suhl の除外した項であることが判る。しかし，われわれのおとした classical spin の項はとりいれている。これも energy variables がそれぞれ単独に入っていることから判る。

すなわち，Suhl 流の近似をやれば

$$
\begin{aligned}
&S^{(1)}_{\uparrow\uparrow}(\varepsilon, \varepsilon_1, \cdots, \varepsilon_n) \\
&= 2(i\varepsilon_n - i\varepsilon_{n-1})^{-1} S(\varepsilon, \varepsilon_1, \cdots, \varepsilon_{n-2}, \varepsilon_n) \\
&\quad + 2(i\varepsilon_n - i\varepsilon_{n-1})^{-1} S(\varepsilon, \varepsilon_1, \cdots, \varepsilon_{n-2}, \varepsilon_n) \\
&\quad + 2(i\varepsilon_{n-1} - i\varepsilon_n)^{-1} S(\varepsilon, \varepsilon_1, \cdots, \varepsilon_{n-2}, \varepsilon_{n-1}) \\
&\quad - 2\delta_{\varepsilon_n \varepsilon_{n-1}} \Sigma_{\varepsilon_n \neq \varepsilon_{n-1}} (i\varepsilon_n - i\varepsilon_{n-1})^{-1} S(\varepsilon, \varepsilon_1, \cdots, \varepsilon_{n-2}, \varepsilon_n) \\
&\quad + \beta^2 \delta_{\varepsilon, \varepsilon_n} \delta_{\varepsilon\ \varepsilon_{n-1}} S(S+1)\, S^{(1)}_{\uparrow\uparrow}(\varepsilon, \varepsilon_1, \cdots, \varepsilon_{n-2}) \qquad (5.1)
\end{aligned}
$$

を解けということである。前の節と同様に，（5.1）はすぐ解けて，

$$
\begin{aligned}
&\Sigma_{p\uparrow}(\varepsilon + i\delta) \\
&= - N_i (J/N)^2 S(S+1) \pi i \rho \\
&\quad \times \left[\{ 1 - (2J\rho/N) \log|\varepsilon/D| \}^2 + (\pi J\rho/N)^2 S(S+1) \right]^{-2}
\end{aligned}
$$

(5.2)

になる。この logarthmic function は，何ら変な解析性をもっていないことは，注意に値する。

文　　献

1）川村　清　　物性研究

2）A. A. Abrikosov, Physics 2 (1965), 5

3）K. Kawamura, ISSP Technical Report A. 300

4）H. Suhl, Bhys. Rev. 138 (1965), A. 515